## Práctica 1. Campo de pendientes y curvas integrales de EDO (SAGE)

La ecuación diferencial $y' = f(x, y)$ significa que la pendiente de la recta tangente a la gráfica de $y = y(x)$ en el punto $(x_0, y_0)$, es $f(x_0, y_0)$. Podemos asociar a cada punto $(x_0, y_0)$ del plano un pequeño segmento centrado en $(x_0, y_0)$ que tenga de pendiente el valor $f(x_0, y_0)$. Este conjunto de segmentos en el plano $xy$ se llama *campo de pendientes* de la ecuación. Dibujando un campo de pendientes suficientemente denso sabemos cómo son las tangentes a las curvas solución de la ecuación, y podemos esbozar las gráficas de las soluciones.

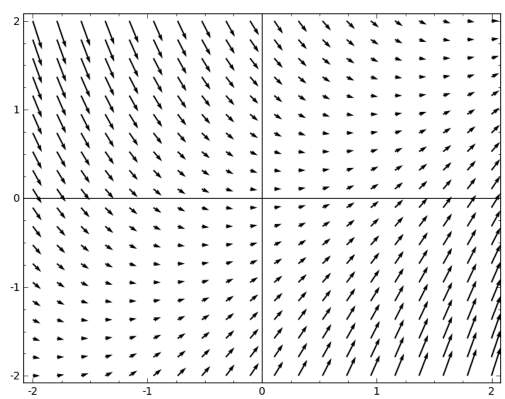
Se observa que un vector director de la recta tangente a la curva $y = \varphi(x)$ que pasa por $(x, y)$ es $(1, f(x, y))$.

Se denominan isoclinas a las curvas $f(x, y) = c$, siendo $c$ una constante.

Una solución constante $y(x) = c$ de una ecuación autónoma $y' = f(y)$ se denomina solución de equilibrio.

**Ejemplo 1.** Representar con Sage el campo de pendientes de la ecuación $y' = x - y$ en el rectángulo $[-2, 2] \times [-2, 2]$. :

```
y=var('y')
g=plot_vector_field((1, x-y), (x,-2,2), (y,-2,2))
g.show(ymin=-2, ymax=2)
```




Resolver la ecuación:

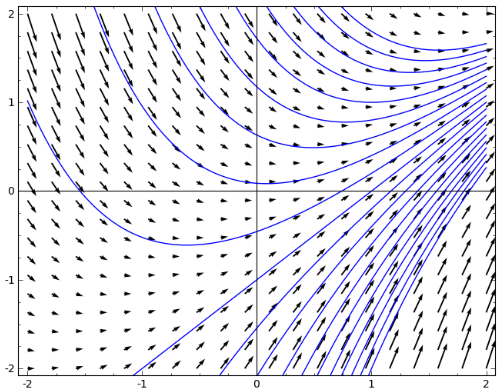
```
x=var('x'); y=function('y',x)
DE=diff(y,x)+y-x==0
desolve(DE,[y,x])
((x - 1)*e^x + c)*e^(-x)
```

También podemos pedir que nos diga el tipo de ecuación:

```
desolve(DE,[y,x], show_method=true)
[((x - 1)*e^x + c)*e^(-x), 'linear']
```

Representar gráficamente las curvas integrales que cumplen las condiciones iniciales $y(1) = i$, para valores de $i$ desde $-2$ hasta 2 con incrementos de 0.2, junto con el campo de pendientes:

```
x=var('x'); y=function('y',x)
DE=diff(y,x)+y-x==0
sol=[]
for i in srange(-2,2,0.2):
    sol.append(desolve(DE, [y,x], ics=[1,i]))
g=plot(sol, x, -2,2)
y=var('y')
g+=plot_vector_field((1,x-y), (x, -2,2), (y, -2,2))
g.show(ymin=-2,ymax=2)
```




**P1**.1 Para las siguientes ecuaciones diferenciales, dibuje las isoclinas $f(x, y) = k$ para distintos valores de $k$ junto con el campo de direcciones y las soluciones particulares que cumplen las condiciones iniciales $y(0) = y_0$ para diferentes valores positivos y negativos de $y_0$.

(a) $y' = 4x(1 - x)$ (b) $y' = (x + 1)y$ (c) $y' = x^2 - y^2$

**P1**.2 Sea la ecuación $y' = y - x^2$. (a) Resuelva la ecuación. (b) Represente gráficamente las curvas integrales que cumplen las condiciones iniciales $y(0) = i$, para valores de $i$ desde $-2$ hasta 2 con incrementos de 0.3, junto con el campo de pendientes en el rectángulo $[-2, 2] \times [-3, 3]$.

**P1**.3 Sea la ecuación $y' = \frac{y^2-1}{y}$. Se pide

(a) ¿Tiene soluciones de equilibrio? Encuentre todas las soluciones de la ecuación en la forma explícita. Resuelva también la ecuación con Sage y observe que devuelve las soluciones en forma implícita.

(b) Determine el campo de existencia de las soluciones que pasan por los puntos: $(0, -1/2)$, $(0, 1/2)$, $(0, 2)$ y $(0, -2)$. ¿Qué sucede si tratamos de hallar con Sage las soluciones que pasan por los puntos anteriores?

(c) Represente con Sage el campo de pendientes junto con algunas curvas integrales (use la forma explícita de las mismas).